4.2.6. ПРЕДЕЛЫ

Вариант № 1

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2+3x+1}{2x^2+5x+3}$; $x_0=-1, x_0=2.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1-\cos x}{5x^2}$; $x_0=\dfrac{\pi}{3}, x_0=0.$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-2}\right)^x$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x-2}{5x^3+2x^2-3}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+x}{x-3}$;

8) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-4x^2+4x}{x^3-12x+16}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0} x\,ctg\,2x$;

10) $\lim\limits_{x\to -1}(2+x)^{\frac{1}{x^3+1}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg5x}{\ln(1+4x)}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot tg\dfrac{3}{x}$;

13) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\arcsin(x+2)}{x^2+2x}$;

14) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin 5x}{\sin 6x}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^x-2^x}{e^{-x}-1}$;

16) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(e^{x-1}-1)}{\ln x}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 4x-\cos 2x}{arctg^2 3x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[4]{x+16}-2}{\sin 5x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=5t^2+2t^5$ и $\beta(t)=2t^2+2t^3$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $1-\cos^3 x\sim\dfrac{3}{2}\sin^2 x$.

Вариант №2

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3+1}{2x^3-4x+2}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3x^2-14x-5}{x^2-2x-15}$; $x_0=5,\ x_0=-2.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\arcsin 2x}{5x}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{1}{2}.$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^x$;

5) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+5x-2}{3x-5}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+3x-1}{5x^3-2x+1}$;

8) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[3]{x}\ln x$;

10) $\lim\limits_{x\to 2}(3-x)^{\frac{5}{x^3-8}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg3x}{\ln(1+2x)}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot\sin\dfrac{2}{x}$;

13) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{arctg(x+2)}{x^2+2x}$;

14) $\lim\limits_{x\to\pi}tg5x\cdot ctg6x$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-2x}-1}{5^{-x}-3^{-x}}$;

16) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x-2\sin x}{x\ln\cos 5x}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x}{\sqrt[5]{x+3}-\sqrt[5]{3}}$;

18) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^x-e}{\sin(x^2-1)}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=t\sin^2 t$ и $\beta(t)=2t\sin t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $1-\dfrac{1}{1+x}\sim x$.

Вариант №3

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^5+x^2-8}{6x^3-x+2}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2+x-2}{2x^2-x-1}$; $x_0=1$, $x_0=2$.

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{6x}{arctgx}$; $x_0=0$, $x_0=1$.

4) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1}{x}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x}{x^2+2x-1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+5x-3}{2x^2+3}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg2x}{5x}$;

9) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{x}{x-1}\right)$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+7}{2x-3}\right)^{4x}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg2x}{\ln(1+5x)}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}2^x\cdot tg\dfrac{1}{2^x}$;

13) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{\arcsin(1-2x)}{4x^2-1}$;

14) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\left(x^2-\pi^3\right)\sin 5x}{e^{\sin^2 x}-1}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^{3x}-4^{3x}}{x}$;

16) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{\sqrt[4]{1+x^2}-1}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^2 2x}{\cos 3x-\cos x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{\sin(x-1)}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=t$ и $\beta(t)=tg\,t^3$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $1-\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}\sim\dfrac{1}{2}x$.

Вариант №4

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-5x+1}{2x^3+4x-5}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2+7x+10}{2x^2+9x+10}$; $x_0=-2,\ x_0=1$.

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{x^2}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{\pi}{6}$.

4) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+2x)(\ln(x+1)-\ln x)$;

5) $\lim\limits_{n\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-n^2}}{n^2}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4+2x^2-3}{-5x^4-3x^3+2x}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2x+1}{2x-2}$;

8) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}{2x^2-7x-15}$;

9) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\cos x\cdot tg5x$;

10) $\lim\limits_{x\to -1}(3+2x)^{\frac{1}{1-x^2}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7^x-7^{-2x}}{3x}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$;

13) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{\arcsin(1-2x)}{1-4x^2}$;

14) $\lim\limits_{x\to\pi}tg3x\cdot ctg4x$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{\ln(1+8x)}$;

16) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin(e^{x-2}-1)}{tg(x-2)}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 5x-\cos 3x}{tg^2 2x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(1-x)}{\sqrt[7]{x}-1}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=\sin^{\frac{2}{3}} t$ и $\beta(t)=t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что $\sqrt[3]{1+x}\sim\dfrac{1}{3}x$ при $x\to 0$.

Вариант №5

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4+5x^2-3}{5x^4-2x^3-4x}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2-7x+3}{x^2-4x+3}$; $x_0=3,\ x_0=-2.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{arctg2x}{4x}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{1}{2}.$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}(3x+2)(\ln(x+1)-\ln x)$;

5) $\lim\limits_{n\to 2}\dfrac{\sqrt{3x-2}-2}{x^2-4}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-5x^2+3}{x^2}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x-2}{3x^3+2x^2-3}$;

8) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3+2x}-\sqrt{x+4}}{3x^2-4x+1}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x}\right)$;

10) $\lim\limits_{x\to 2}(5-2x)^{\frac{1}{4-x^2}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\arcsin(x-2)}{x^2-4}$;

12) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{ctg2x}{ctg\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg10x}{\ln(1+15x)}$;

14) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 2x}{x(\sqrt[5]{1+x}-1)}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{2x}-3^{2x}}{e^{-2x}-1}$;

16) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{\ln(1+x^2)}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^2 2x}{\cos 7x-\cos 3x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2}{\sin\pi x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=\sqrt{9+t}-3$ и $\beta(t)=t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $x\ln(1+x)\sim x\sin x$.

Вариант №6

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3+x-5x^4}{x^4+12x-3}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2-7x-4}{x^2-3x-4}$; $x_0=4,\ x_0=0.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2 ctg3x}{\sin 2x}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{\pi}{4}.$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}(2x+1)(\ln(x+3)-\ln x)$;

5) $\lim\limits_{n\to 0}\dfrac{\sqrt{1-3x}-\sqrt{1-2x}}{x+x^2}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-5x+1}{6x^3+2x^2+3x}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-2x^2-3}{x}$;

8) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{\sin x}{x^3}\right)$;

10) $\lim\limits_{x\to -2}(3+x)^{\frac{3}{x^2-4}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{arctg(x-2)}{x^3-8}$;

12) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)tg\dfrac{\pi x}{2}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2 3x}{\ln^2(1+3x)}$;

14) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} tg4x\cdot ctg6x$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^x-5^{-3x}}{e^{2x}-1}$;

16) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{tg\ln(3x-5)}{e^{x+3}-e^{x^2+1}}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2 6x}{1-\cos 3x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$ и $\beta(x)=1-\sqrt{x}$ при $x\to 1$.

3. Доказать, что при $t\to 0$ $e^{\sin t}-1\sim t$.

Вариант №7

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2x^2+5x^4}{2+2x^2-x^4}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2-13x+20}{x^2-6x+8}$; $x_0=4$, $x_0=-2$.

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}$; $x_0=0$, $x_0=\dfrac{\pi}{6}$.

4) $\lim\limits_{x\to\infty}(x-5)(\ln(x-3)-\ln x)$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2x+1}{3x^3+2x-1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^5-4x^4+3x^3}{2x^2-3}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$;

9) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{1-tgx}{\cos 2x}$;

10) $\lim\limits_{x\to -2}(7+3x)^{\frac{x}{x^2+3x+2}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3+2x^2}{\arcsin^2 x}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}x(2^{\frac{1}{x}}-1)$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2 6\sqrt{x}}{\ln(1+6x)}$;

14) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{1-\sin^3 x}{\cos^2 x}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{2x}-3^{4x}}{e^{3x}-1}$;

16) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x\cdot tgx)}{\sqrt[5]{1+x^2}-1}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg\,4x^2}{1-\cos 2x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln^2 x}{1+\cos\pi x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(x)=\dfrac{3x^4-x^5}{x+1}$ и $\beta(x)=x$ при $x\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $1-\cos x\sim\dfrac{x^2}{2}$.

Вариант №8

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-3x+1}{x-5+3x^3}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3x^2-14x-5}{x^2-6x+5}$; $x_0=5,\ x_0=2.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{tg^3\dfrac{x}{2}}{x^3}$; $x_0=0,\ x_0=2.$

4) $\lim\limits_{x\to 1}(7-6x)^{\frac{1}{3x-3}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{5}}{x-3}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2x+5}{4x^4+3x^3+2x^2}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3+3x-2}{-3x^3+2x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{5x+1}-4}{x-3}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\sin x\ln\sqrt{x}$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}(5x+8)\left[\ln(2x-3)-\ln(2x+5)\right]$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3-3x^2}{\arcsin^2 x}$;

12) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)tg\,3x$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2 3x}{\ln(1+x^2)}$;

14) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^{\sin\pi x}-1}{x-1}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-e^{-x}}{3^{4x}-1}$;

16) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\ln(2x-5)}{\sqrt[4]{1+x}-\sqrt[4]{4}}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2 2x}{1-\cos 4x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{\sqrt{x+9}-3}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=tgt-\sin t$ и $\beta(t)=t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $\dfrac{x}{1+x}\sim\dfrac{x}{1+x^2}$.

Вариант №9

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^4-2x^3+2x}{x^4+3x}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^3+3x+1}{x^2-2x-3}$; $x_0=-1,\ x_0=2.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1-\cos 4x}{2x\,tg2x}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{\pi}{4}.$

4) $\lim\limits_{x\to 2}(3x-5)^{\frac{2}{x-2}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-5x}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3+2x-3}{3x^2-x}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3+2x+1}{2x^5-2x+3}$;

8) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+7x+10}{2x^2+9x+10}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{1}{x\sin x}-\dfrac{1}{x^2}\right]$;

10) $\lim\limits_{x\to-\infty}(5x-3)[\ln(4-3x)-\ln(5-3x)]$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\sin 2x)}{tg5x}$;

12) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sin[\pi(x+2)]}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2-5x}{\arcsin 3x}$;

14) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{x^2-\pi^2}{\sin x}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{1-\cos 7x}{x\sin 7x}\right]$;

16) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg(e^{2x}-1)}{\ln(e-x)-1}$;

17) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^{x-1}-1}{2^{x+2}-2^{3x}}$;

18) $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{3}{x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=1-\cos t$ и $\beta(t)=3t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $1-\cos 8x\sim 32x^2$.

Вариант №10

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^5-3x^2+9}{2x^5+2x^2-5}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2+5x+3}{x^2-x-2}$; $x_0=-1$, $x_0=3$.

3) $\lim\limits_{x\to x_0}5x\cdot ctg3x$; $x_0=0$, $x_0=\dfrac{\pi}{4}$.

4) $\lim\limits_{x\to 3}(3x-8)^{\frac{2}{x-3}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\sqrt{2x}-2}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2}{x^3+x-1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4+2x-3}{3x^2-2}$;

8) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{5-\sqrt{22-x}}{1-\sqrt{4+x}}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{arctgx}{x^3}\right]$;

10) $\lim\limits_{x\to -\infty}(7-10x)[\ln(1-2x)-\ln(5-2x)]$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+4x^2)}{1-\sqrt{x^2+1}}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot tg\dfrac{4}{x}$;

13) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{arctg(x-5)}{x^2-6x+5}$;

14) $\lim\limits_{x\to 1}(1+\cos\pi x)ctg^2\pi x$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^2 x}{3x\cdot\arcsin x}$;

16) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln(9-2x^2)}{\sin^2\pi x}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-4x}-1}{tg\left[2\pi\left(x+\frac{1}{2}\right)\right]}$;

18) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2^x-16}{\sqrt[5]{5-x}-1}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=\sqrt{1+t}-1$ и $\beta(t)=4t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $\arcsin(x^2-x)\sim x^3-x$.

Вариант №11

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1-4x}{5x-2}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{2x^2+x-10}{x^2-5x+6}$; $x_0=2,\ x_0=-2.$

3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{13x^2}$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+4}{x-2}\right)^x$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{5x}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2+2x-3}{4x^3-2x^2+1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^5+2x^3-x}{3x^3-2}$;

8) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2-x}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{arctg 2x}{4x}$;

10) $\lim\limits_{x\to 2}(3x-5)^{\frac{1}{x^2-2x}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\ln(1-4x)\cdot ctg[\pi(x+3)]$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}3^x tg\frac{2}{3^x}$;

13) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{\arcsin(x+2)}{3^{\sqrt{2+x+x^2}}-9}$;

14) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\sin 2x}{(\pi-4x)^2}$;

15) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{arctg(x-4)}{x^2-3x-4}$;

16) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln x}{\sqrt[4]{1+x^2-x}-1}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3^{x^2}-1}{\cos 9x-\cos x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)\cdot tgx}{\arcsin 2x^2}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=\frac{3t}{2-t}$ и $\beta(t)=\frac{t}{7+t}$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $tgx^3\sim x\sin^2 x$.

Вариант №12

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{12x^3+4}{3x^3-2x+6}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^3-13x+20}{x^2-2x-8}$; $x_0=4$, $x_0=1$.

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\arccos 3x}{6x}$; $x_0=0$, $x_0=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+1}\right)^x$;

5) $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{\sqrt[3]{2+x}-2}{x-6}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-5x+1}{3x^4+2x-3}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-x^5+3}{2x^2+x-3}$;

8) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{2+x}-3}{x^2-49}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}(1-e^{2x})ctgx$;

10) $\lim\limits_{x\to -2}(9+4x)^{\frac{1}{x^3+8}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x}{\cos\frac{\pi}{2}(x+3)}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}x(1-2^{1/x})$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^x-3^{7x}}{\sin 3x}$;

14) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+2)-\ln 2}{x}$;

15) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{e^{4-x^2}-1}{x^2-5x+6}$;

16) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln\sin x}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^3 2x}{x(\cos 3x-\cos x)}$;

18) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin\pi x}{\sqrt[4]{x^3-x+1}-1}$

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=\sin 3t+\sin t$ и $\beta(t)=5t^2$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $\sqrt{1+4x}-1\sim 2x$.

Вариант №13

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3+x^2-6}{4x+3}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2-7x+3}{x^2+4x-21}$; $x_0=3$, $x_0=-2$.

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\sqrt{1-\cos 3x}}{3x}$; $x_0=0$, $x_0=\dfrac{\pi}{3}$.

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x}\right)^{2x}$;

5) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\sqrt{x}}{2x^2-2x}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-2x+3}{5x-6x^3}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-3x+5}{4x^2+x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\ln(1+2x)}$;

9) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{1-2\sin x}{\cos 3x}$;

10) $\lim\limits_{x\to 4}(2x-7)^{\frac{4}{x^2-3x-4}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x}{2^{-3x}-1}$;

12) $\lim\limits_{x\to 0} tg\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)tg 2x$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg 2x}{a^x-a^{-x}}$;

14) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{arctg(x^2-2x)}{\sin 3\pi x}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos x}{(e^{2x}-1)^2}$;

16) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\ln\cos 2x}{\left(1-\pi/x\right)^2}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-x^2)}{tg^2 10x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=t^4-t^2$ и $\beta(t)=2\sin^3 4t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $\sqrt{4-x}-2\sim\dfrac{x}{4}$.

Вариант №14

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^6-2x^4+x}{x-2x^6}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2+10x+21}{2x^2+5x-3}$; $x_0=-3,\ x_0=2.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{14x}{arctg2x}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{1}{2}.$

4) $\lim\limits_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{1}{x}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{4x}{\sqrt{1+4x}-1}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-2x+3}{4x^5+5x-2}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2x-3}{x-5}$;

8) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4-4x^3}{\ln x}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}xctg5x$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x^2+3}{2x^2-x+1}\right)^{x-1}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{(e^{3x}-1)^2}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}\sin\dfrac{1}{5x}ctg\dfrac{1}{3x}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\arcsin^2 x}{\sin^3 2x}$;

14) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{5x+1}}{\cos\left[\pi(x+3)/2\right]}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-\sin x}{x(1-\cos 2x)}$;

16) $\lim\limits_{x\to e}\dfrac{\ln x-1}{x-e}$;

17) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3^x-9}{arctg(x-2)}$;

18) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-x^4)}{\sqrt[5]{1-3x^4}-1}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(x)=tg^2(x^2-3x)$ и $\beta(x)=x^2-3x$ при $x\to 0$.

3. Доказать, что при $t\to 0$ $e^{tgx}-1\sim t$.

Вариант №15

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-2x^3-x}{x-8x^2-5x^4}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2+x-10}{x^2-5x+6}$; $x_0=2$, $x_0=3$.

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{x^2}$; $x_0=0$, $x_0=\dfrac{\pi}{4}$.

4) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+4x)(\ln(x+1)-\ln x)$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2x-1}{x^3-5x}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+2}{2x^3-5x+3}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{\sin 2x}$;

9) $\lim\limits_{x\to\pi}(\pi-x)tg\dfrac{x}{2}$;

10) $\lim\limits_{x\to -4}(13+3x)^{\frac{x}{x^2-16}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 4x^2}{tg^2 5x}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}\sin\dfrac{1}{8x}ctg^2\dfrac{1}{x}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5\ln(1-7x)}{3arctg 4x}$;

14) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[7]{1+x^4-x^2}-1}{\arcsin(x^3-4x)}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+5}-\sqrt{5}}{\sin 3x}$;

16) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\ln\cos 2x}{\ln\cos 4x}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-e^x}{\sin 2x-\sin x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3^{5x-3}-3^{2x^2}}{\sin\pi x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=\sqrt{9+t}-3$ и $\beta(t)=4t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $tgx-\sin x\sim\dfrac{x^3}{2}$.

Вариант №16

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-3x+1}{3x^2+5x}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2-7x+3}{x^2-x-6}$; $x_0=3,\ x_0=-1.$

3) $\lim\limits_{y\to y_0}\dfrac{y^2 ctg4y}{\sin 3y}$; $y_0=0,\ y_0=\dfrac{\pi}{4}.$

4) $\lim\limits_{x\to 2}(7-3x)^{\frac{4}{x-2}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-3x}-\sqrt{1-2x}}{x+x^2}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-x^2+5x-2}{4x^4-2x+1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3+2x-1}{1-3x^3}$;

8) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2+x-3}{x^2+x-2}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-tg2x}{x^3}$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1-2x^2}{5-2x^2}\right)^{x^2+4}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x\cdot tgx}-1}{e^{-x^2}-1}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty} tg^2\dfrac{1}{3x}ctg^2\dfrac{1}{2x}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot arctg\,5x^2}{\ln(1+x^3)}$;

14) $\lim\limits_{x\to 2} tg\pi x\cdot ctg2\pi x$;

15) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\arcsin^2(x-3)}{x^3-5x^2+3x+9}$;

16) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2^x-4}{\ln(x-1)}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{x\cdot tg3x}$;

18) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{e^x-e^{\pi}}{\sin 5x-\sin 3x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha=tg(t^2-2t)$ и $\beta=t^4-8t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $\dfrac{3x}{1+x^2}\sim\dfrac{3x+x^2}{1-x}$.

Вариант №17

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+x-2x^2}{3x-2}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2+2x-8}{2x^2+7x-4}$; $x_0=-4,\ x_0=1$.

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\cos 3x-\cos 5x}{x^2}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{\pi}{3}$.

4) $\lim\limits_{x\to 4}(9-2x)^{\frac{3}{4-x}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{1-\sqrt{x-4}}{(x-5)(x+5)}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+1}{x^2-3x+1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-4x^3+5}{x^2-3x+1}$;

8) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\ln x\cdot tg\,4x$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x+17}{4x-21}\right)^x$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{9\ln(1-2x)}{4\,arctg\,3x}$;

12) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{2^x-32}{e^{x-4}-e}$;

13) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{tg(x-3)}{x^2-4x+3}$;

14) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x\arcsin x}{1-\cos x}$;

16) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln(5-2x)}{\sqrt[4]{10-3x}-\sqrt{2}}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-1}{\sin\left[\pi\left(\dfrac{x}{2}+1\right)\right]}$;

18) $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{5}{2x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=\cos t-\cos^3 t$ и $\beta(t)=3t^2$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $1-\dfrac{2}{\sqrt{4+x}}\sim\dfrac{x}{8}$.

Вариант №18

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-5x^2-3}{1-3x^3}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2+8x+15}{2x^2+5x-3}$; $x_0=-3,\ x_0=2.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\cos 2x-\cos 4x}{x^2}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{\pi}{8}.$

4) $\lim\limits_{n\to 1}(7-6n)^{\frac{n}{3n-3}}$;

5) $\lim\limits_{y\to 3}\dfrac{\sqrt{2y-1}-\sqrt{5}}{y-3}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^5+2x^3-3x+1}{3x^2-1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-3x^4+2}{5x^5}$;

8) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{2x+1}-3}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x\sin x}-\dfrac{ctgx}{x}\right)$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}(5x+4)[\ln(3x+17)-\ln(3x+2)]$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\ln(1+2x)ctg\left[\pi\left(\dfrac{x}{2}+1\right)\right]$;

12) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\ln x}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}$;

14) $\lim\limits_{x\to\pi}\sin 5x\cdot ctg3x$;

15) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{e^{x+3}-e^{x^2+1}}{3^{2x}-3^{x+2}}$;

16) $\lim\limits_{x\to 0}xctg\,2x$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 6x-\cos 4x}{x\cdot arctg2x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{3x+1}}{\cos\left[\dfrac{\pi(x+1)}{2}\right]}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=3t^2-t^3$ и $\beta(t)=\dfrac{3t}{2-t}$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $1-\cos^4 x\sim 2x^2$.

Вариант №19

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3-2x^2+x-2}{3x^3+2x-3}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-6x+5}{2x^2-x-1}$; $x_0=1$, $x_0=-1$.

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\arcsin 2x}{x}$; $x_0=0$, $x_0=\dfrac{1}{2}$.

4) $\lim\limits_{x\to 2}(3x-5)^{\frac{2}{2-x}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-5x^2+2x-3}{4x^2-3x^2+2x-1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2x+1}{2x-7}$;

8) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{2x+3}-3}{\sqrt{x-2}-1}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x}{arctg\ 5x}$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x+19}{5x-2}\right)^{3-x}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin[\pi(x+1)]}{\ln(1+10x)}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}4^x\sin\dfrac{1}{4^x}$;

13) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{arctg(x+1)}{e^{\sqrt[3]{x^3-4x^2+6}}-e}$;

14) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{1-\sin\frac{x}{2}}{\pi-x}$;

15) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\arcsin(x-3)}{x^2-x-6}$;

16) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg2x\cos\left(\frac{\pi}{2}+3x\right)}{arctg3x^2}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 10x-\cos 2x}{e^{x^2}-1}$;

18) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[5]{x^2-x+1}-1}{tg\pi x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(x)=x^3-3x^2$ и $\beta(x)=\dfrac{2x^3}{7+x}$ при $x\to 0$.

3. Доказать, что при $t\to 0$ $1-\dfrac{2}{2+t}\sim\dfrac{t}{2}$.

Вариант №20

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^6-3x^3+1}{2x^5-4x^6+3}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2-5x+2}{x^2-5x+6}$; $x_0=2,\ x_0=-3.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0} 6x\cdot ctg4x$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{\pi}{4}.$

4) $\lim\limits_{x\to 3}(3x-8)^{\frac{2}{x-3}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{\sqrt{2x}-2}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^5-2x^2+1}{2-3x+5x^3}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+4}{3x^3-2x+1}$;

8) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{3x-2}-2}{\sqrt{2x+5}-3}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos 4x}{x^2}$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}(3x^2+2)\left[\ln(5x^2-4)-\ln(5x^2+7)\right]$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg\,2x}{\sin[2\pi(x+10)]}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty} x\left(3^{\frac{1}{x}}-1\right)$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x-2^{7x}}{tg3x}$;

14) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-x}-1}{\ln(1-3x)}$;

15) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{e^{x^2-9}-1}{x^2-4x+3}$;

16) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\cos\frac{\pi x}{2}}{\sqrt[5]{x}-1}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin 2x}-e^{\sin x}}{tgx}$;

18) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2^{x^2-4}-1}{tg\ln\frac{x}{2}}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=1-\cos 6t$ и $\beta(t)=t\sin 3t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $\sqrt[3]{1+2x}-1\sim\dfrac{2x}{3}$.

Вариант №21

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-4x}{6x-5}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3x^2-14x-5}{x^2-8x+15}$; $x_0=5,\ x_0=-1$.

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\cos x-\cos 3x}{x}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{\pi}{6}$.

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+4}{x-2}\right)^x$;

5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{3x-2}-2}{x^2-4}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-5x^4+6x^5}{2-2x}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+3x-2}{5x^5-2x^4+3}$;

8) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{2x^2-x-1}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x\sin 3x}$;

10) $\lim\limits_{x\to -5}(6+x)^{\frac{x+1}{x^2-25}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg\,3x}{3^{-4x}-1}$;

12) $\lim\limits_{x\to 0}\sin 3x\cdot ctg\,2x$;

13) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\arcsin(x-5)}{x^2-7x+10}$;

14) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[5]{x^3+1}-1}{\ln(1+x^3)}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-3x}-1}{tg[\pi(2+x)]}$;

16) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\ln(2+\cos x)}{(3^{\sin x}-1)^2}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(3-x)-\ln 3}{x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^{5x-3}-e^{2x^2}}{tg\pi x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=\sqrt{25-t}-5$ и $\beta(t)=t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $\dfrac{x^5-x^4}{x+2}\sim\dfrac{x^4}{2}$.

Вариант №22

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4+5x^2-3}{5x^4-2x^3-4x}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-5x+4}{2x^2-x-1}$; $x_0=1$, $x_0=3$.

3) $\lim\limits_{x\to x_0}5x\cdot ctg3x$; $x_0=0$, $x_0=\dfrac{\pi}{12}$.

4) $\lim\limits_{x\to 2}(3x-5)^{\frac{2x}{x^2-4}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{2+x}-3}{x^2-6x-7}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x-5}{2x^3+3x^2-1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-2x+1}{3-2x^2+x^3}$;

8) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{2x+3}-1}{\sqrt{5+x}-2}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{1-\cos 8x}$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}(7x+11)[\ln(3x+4)-\ln(3x-11)]$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(e^{4x}-1)^2}{1-\cos 3x}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3}{x}ctg\dfrac{7}{x}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x\cdot tg^2x)}{\sqrt[4]{1+x^4-2x^3}-1}$;

14) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{e^x-e^3}{\arcsin(x-3)}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^2}{\cos 7x-\cos 5x}$;

16) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x^2}{\sin\pi x}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x^2}{tg2x\cdot\cos\left(x+\dfrac{3\pi}{2}\right)}$;

18) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin x-\sin 2}{\sin\ln(x-1)}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=\cos 3t-\cos 7t$ и $\beta(t)=t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $3-\sqrt{9+x}\sim -\dfrac{x}{6}$.

Вариант №23

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^4+x^2-8}{x^2+7x^4+9}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-2x-8}{2x^2+9x+10}$; $x_0=-2,\ x_0=3.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{tg^2 3x}{x^2}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{\pi}{9}.$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x+1}{5x}\right)^{2x}$;

5) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-6x+5}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-2x+1}{x^3-4}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4+2x^3-1}{x^{12}+4}$;

8) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{1-\sqrt{x-4}}{2-\sqrt{2x-6}}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{\arcsin 3x}$;

10) $\lim\limits_{x\to 6}(7-x)^{\frac{1+x}{x^2-5x-6}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot\arcsin^2 x}{tg^3 2x}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2}{x^2}ctg^2\dfrac{1}{x}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg\dfrac{x^2}{2}}{\ln^2\left(1-\dfrac{x}{3}\right)}$;

14) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\cos 5x-\cos 3x}{\sin^2 x}$;

15) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3+2x^2-x-2}{\sin(x-1)}$;

16) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\sqrt[5]{1+2x}-1}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 8x^3}{x(\cos 7x-\cos 5x)}$;

18) $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{\ln\cos x}{e^{\sin 2x}-1}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=t\cdot tg^2 t$ и $\beta(t)=3t\sin t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $\sin 5x+\sin x\sim 6x$.

Вариант №24

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^4-3x^2+1}{2x^4-3}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-4x-5}{2x^2+5x+3}$; $x_0=-1,\ x_0=4.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\cos 7x-\cos 2x}{x}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{\pi}{3}.$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-2}\right)^x$;

5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{2x+5}-3}{x^2-4}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-5x+1}{2x^3+2x-1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^5-2x^4+3x^3-2x+1}{x+2}$;

8) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3-\sqrt{x+11}}{2-\sqrt{x+6}}$;

9) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x}{\ln\sqrt{x}}$;

10) $\lim\limits_{x\to -6}(13+2x)^{\frac{5}{36-x^2}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[4]{1+x\sin x}-1}{3^{x^2}-1}$;

12) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(a+x)-\ln a}{x}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg 3x}{7^x-25^x}$;

14) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{tg\ln(3x-5)}{e^{x+3}-e^{x^2+1}}$;

15) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\arcsin(x-2)}{x^3+x^2-4x-4}$;

16) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin 3\pi x}{\sqrt{10-x}-3}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x\cdot tgx}{1-\cos x}$;

18) $\lim\limits_{x\to\infty} x tg\dfrac{1}{2x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=\sin t^3$ и $\beta(t)=t^2$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $\sqrt[3]{x+27}-3\sim\dfrac{x}{27}$.

Вариант №25

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-3}{x^2-4x+1}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-4x-5}{3x^2-14x-5}$; $x_0=5,\ x_0=-2.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1-\cos 2x}{3x^2}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{\pi}{3}.$

4) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x-2}-1}{x^2-9}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1}{x}}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2x^2-1}{2-x+2x^2-4x^3}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2x-1}{5x+3}$;

8) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+10x+21}{x^2+8x+15}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{\sin 5x}$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}(25x-13)\ln\dfrac{3x-11}{3x+14}$;

11) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\ln tgx}{\cos 2x}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot tg\dfrac{4}{x}$;

13) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\arcsin(x-3)}{x^2-5x+6}$;

14) $\lim\limits_{x\to\pi} tg3x\cdot ctgx$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^x-3^x}{e^{-2x}-1}$;

16) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-7x)}{\sin\pi(x+7)}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot arctg4x}{\cos 3x-\cos 5x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{1+x^2-x}-1}{\sin(x-1)}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=\sqrt{tgt}$ и $\beta(t)=t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 1$ $\dfrac{x-1}{1+x^2}\sim\dfrac{x^3-1}{x+5}$.

Вариант №26

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-5x^2+2}{2x^3-5x^2+3}$;

2) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{\sqrt{9+x}-2}{x^2-25}$;

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-4x-12}{2x^2+9x+10}$; $x_0=-2$, $x_0=3$.

4) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3x}{\arcsin 5x}$; $x_0=0$, $x_0=\dfrac{\pi}{5}$.

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-4}\right)^{3x}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-3x+x^2}{x+5}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3+2x-4}{5x^4-3x^2+4}$;

8) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{3-\sqrt{x^2-7}}{2-\sqrt{8+x}}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{\cos 2x-1}$;

10) $\lim\limits_{x\to 7}(15-2x)^{\frac{1}{x^2-7x}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg 3x}{\ln\cos 5x}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\sin\dfrac{3}{x^2}$;

13) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin^2 x-1}{arctg(2x-\pi)}$;

14) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{x-5}+\sqrt[3]{5}}{\arcsin 4x}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^{3x}-2^x}{1-e^{2x}}$;

16) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\cos x+\cos 4x}{x^3-\pi^3}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin\frac{3x}{2}}{\ln(1-7x)}$;

18) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin 4x-4\sin x}{e^{\cos\frac{x}{2}}-1}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=tgt^3$ и $\beta(t)=t^2\sin 2t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $1-\cos^3 2x\sim\dfrac{3}{27}tg^2 2x$.

Вариант №27

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-5x+1}{3x^3+5x^2-1}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3x+6}{x^3+8}$; $x_0=-2,\ x_0=3.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\sin x-\cos x}{\cos 2x}$; $x_0=\dfrac{\pi}{4},\ x_0=0.$

4) $\lim\limits_{x\to 1}(2x-1)^{\frac{3}{x^2-1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\sqrt{ax}-x}{x-2}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+4x-5}{-2x+1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-3x}{2+5x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{1-\sqrt{x-3}}{2-\sqrt{x}}$;

9) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\cos\frac{\pi x}{6}}{1-tg\frac{\pi x}{12}}$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}(x^2-3x+1)\left[\ln\left(x^2-3\right)-\ln(x^2+4x-2)\right]$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-3x}{7^x-4^x}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\left(e^{-\frac{1}{x^2}}-1\right)$;

13) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{6+x}-2}{ctg\frac{\pi}{x}}$;

14) $\lim\limits_{x\to\pi}\sin 6x\cdot ctg 21x$;

15) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\cos\pi x+\cos 4\pi x}{x^3-6x+5}$;

16) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+4\sqrt{x})}{\arcsin 7x}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg 8x}{\arcsin 3x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin\pi x}{x^2-4}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=\sqrt[3]{\arcsin^2 t}$ и $\beta(t)=\dfrac{t}{t-1}$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 0$ $\arcsin x\ln(1+3x)\sim x\sqrt{x}tg3\sqrt{x}$.

Вариант №28

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-4x^3}{2x+3x^2+5x^3}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2+x-2}{x^2+2x}$; $x_0=-2,\ x_0=5.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\arcsin(1-2x)}{4x^2-1}$; $x_0=\dfrac{1}{2},\ x_0=0.$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-3}{x}\right)^{\frac{x}{2}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^4-2x^3-2}{x^2+3}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+1}{5x^3+2x-1}$;

8) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-7x-4}{2x^2-13x+20}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0} tg2x\cdot ctg3x$;

10) $\lim\limits_{x\to 7}(2x-13)^{\frac{1}{7x^2-x^3}}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln^3(1+2x)}{tgx^2\cdot\arcsin 5x}$;

12) $\lim\limits_{x\to 2}(x-2)tg\dfrac{\pi x}{4}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sqrt{x}}-1}{2^{3x}-2^{-x}}$;

14) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sin\ln(4x+5)}{x^3+3x-2}$;

15) $\lim\limits_{x\to\infty}x^3\left(1-3^{\frac{1}{x^2}}\right)$;

16) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{1-\sin^3 5x}{\cos^2 3x}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^5-x^3}{arctg(5x^2)}$;

18) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2-\sqrt{13+3x}}{x^2-9}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(x)=\dfrac{1-x^2}{1+x^3}$ и $\beta(x)=\dfrac{\sin(x-1)}{\cos\pi x}$ при $x\to 1$.

3. Доказать, что при $t\to 0$ $1-e^{tg5t}\sim -5\sqrt{t\sin t}$.

Вариант №29

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-4x^4}{2x+3x^2-5x^4}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}$; $x_0=-1,\ x_0=3.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{tgx}{\sin 2x}$; $x_0=\pi,\ x_0=\dfrac{\pi}{4}.$

4) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{9-x^2}{\sqrt{3x}-3}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}(1-3x)^{\frac{2}{x}}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+3x^2-2x}{-3x^2+1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-3x+1}{x}$;

8) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{x+7}-\sqrt{3-x}}{x+2}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\sin 6x\cdot ctgx$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}(11-2x)[\ln(3x+19)-\ln(3x-10)]$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt[3]{1+5x^2}}{\ln(1+x\sin x)}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty} tg\dfrac{4}{x^2}\left(e^{x^2}-1\right)$;

13) $\lim\limits_{x\to\frac{5}{2}}\dfrac{25x^2-4}{\sin(5x-2)}$;

14) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x-8}{\sqrt{6-x}-\sqrt{5+x}}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x-a^{-x}}{\arcsin 4x}$;

16) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln(3x-2)}{2^{\sqrt{3+x^2}}-4}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0} ctg3x\cdot arctg\dfrac{x}{5}$;

18) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x+3\sin 4x}{\cos 5x-\cos 3x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(x)=\sqrt{1+tg^2x}$ и $\beta(x)=3x\sin x$ при $x\to 0$.

3. Доказать, что при $t\to\pi$ $1+\cos^3 t\sim\dfrac{3}{2}(\pi-t)^2$.

Вариант №30

1. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x-2x^3}{4+2x-3x^2+5x^3}$;

2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-6x-7}{2x^2+3x+1}$; $x_0=-1,\ x_0=1.$

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1-\cos 2x}{x\sin x}$; $x_0=0,\ x_0=\dfrac{\pi}{6}.$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}(1-4x)^{\frac{1-x}{x}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{x+1}-1}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3-2x+1}{x^2-3}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+3}{3x^2-5x+1}$;

8) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-16}{x^3+5x^2-6x-16}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg 2x}{\arcsin 3x}$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}(7x+8)\ln\dfrac{15x+4}{15x-3}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-1}{\sqrt{1+x\sin x}-1}$;

12) $\lim\limits_{x\to\infty}\sin\dfrac{7}{x}ctg\dfrac{1}{5x}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg 2x\cdot\arcsin^2 5x}{\ln^3(1-4x)}$;

14) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{tg\pi x}{tg 7\pi x}$;

15) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\ln(x-2)}{x^2-7x+12}$;

16) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin 3x+1}{\cos 5x}$;

17) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{5-4x}-\sqrt[3]{5x-4}}{x arctg 3x}$;

18) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg 5x^2}{\cos 5x-\cos x}$;

2. Сравнить б. м. $\alpha(t)=1-\cos^4 t$ и $\beta(t)=t\cdot tg 3t$ при $t\to 0$.

3. Доказать, что при $x\to 2$ $\dfrac{x-2}{x^2+3}\sim\dfrac{x^2-3x+2}{x+5}$.