

**ЛИНЕЙНЫЕ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО  
ПОРЯДКА.  
УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ**

**Вариант №1**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' = (x + y)^2$ .

2.  $(x^3 + 3xy)dy + (x^2 + 3)dx = 0$ .

3.  $y' - \frac{y}{x} = x$ .

4.  $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$ ,  $y(0) = 0$ .

5.  $2xy \frac{dy}{dx} - y^2 + x = 0$ .

6.  $y' = 2y + e^x - x$ ,  $y(0) = \frac{1}{4}$ .

7.  $2xydy = (y^2 - x^3)dx$ .

**Вариант №2**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' + 2y = 4x$ ,  $y(2) = 1$ .

2.  $y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 1$ .

3.  $x(y' - y) = (1 + x^2)e^x$ .

4.  $xy' + y - e^x = 0$ ,  $y(1) = 1$ .

5.  $xy' - 4y - x^2 \sqrt{y} = 0$ .

6.  $(y^2 + 1)dx = (\operatorname{arctg} y - x)dy$ .

7.  $y' - \frac{y}{1+x} + e^{-x}y^2 = 0$ .

**Вариант №3**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $xy' - \frac{y}{1+x} - x = 0.$

2.  $y' \operatorname{ctgx} + y = 2, \quad y(0) = 2.$

3.  $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2.$

4.  $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0.$

5.  $yy'x - y^2 = 1, \quad y(1) = 2.$

6.  $y' = \frac{2y}{1+x} + e^x(x+1)^2.$

7.  $2y' + y = y^3(x-1).$

**Вариант №4**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' - y + y^2 \cos x = 0.$

2.  $y \sin x + y' \cos x = 1.$

3.  $2y'x = y, \quad y(0) = 0.$

4.  $y' - \frac{2x-1}{x^2}y = 1.$

5.  $x dy - y dx = y^2 dx.$

6.  $y' + \frac{y}{x} = 2 \ln x + 1.$

7.  $xy' = 4(y + \sqrt{y}), \quad y(2) = 2.$

**Вариант №5**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$ .

2.  $(2xy^2 - y)dx + xdy = 0$ .

3.  $y' + y \cos x = \sin x \cos x$ .

4.  $y' - \frac{y}{x+1} + y^2 = 0$ .

5.  $2xyy' + x^2 - y^2 = 0, \quad y(0) = 1$ .

6.  $y' + 2y = e^{3x}, \quad y(2) = 1$ .

7.  $xy' - 2y + x^2 = 0, \quad y(1) = 0$ .

**Вариант №6**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $xy' + y = y^2 \ln x$ .

2.  $x(x^2 + 1)y' + y = x(1 + x^2)^2$ .

3.  $x^3 y' = y(y^2 + x^2)$ .

4.  $x^2 dy + (3 - 2xy)dx = 0, \quad y(1) = 1$ .

5.  $e^{x^2} y' + 2xye^{x^2} = x \sin x$ .

6.  $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\sin^2 x}$ .

7.  $xy' - 2y = 2x^4, \quad y(2) = 3$ .

**Вариант №7**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $\operatorname{tg}x \frac{dy}{dx} - y = 2.$

2.  $(1 + x^2)y' + xy = 2.$

3.  $xy' + y = xy^2 \ln x.$

4.  $ydy - \frac{2y^2}{x^2}dx = \frac{3}{x^2}dx$

5.  $y' + y = 2x, \quad y(0) = -1.$

6.  $y' + 2xy = xe^{-x^2}.$

7.  $xy' + 2y = x^2, \quad y(1) = 0.$

**Вариант №8**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $(y' - 2xy)\sqrt{y} = x^3, \quad y(1) = 1.$

2.  $x dy + y dx = y^2 dx.$

3.  $xy' + 2\sqrt{xy} = y.$

4.  $y' = 2xy + y^3 x, \quad y(2) = 0.$

5.  $y' = 2xy + x^3.$

6.  $y' = y \operatorname{ctg}x + \sin x.$

7.  $(1 - x^2)y' + xy = 1.$

**Вариант №9**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y - y' \cos x = y^2 \cos x (1 - \sin x).$

2.  $y' - \frac{y}{1-x^2} = 1 + x, \quad y(0) = 1.$

3.  $2xyy' + x^2 - y^2 = 0, \quad y(0) = 1.$

4.  $y' = e^{2x} - e^x y.$

5.  $y' = y \operatorname{tg} x - y^2 \cos x.$

6.  $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x.$

7.  $2y'(1-x^2) - xy - 2xy^2 + 2x^3y^2 = 0.$

**Вариант №10**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' - y + y^2 \cos x = 0.$

2.  $y \sin x + y' \cos x = 1.$

3.  $y' - \frac{y}{x} = x.$

4.  $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}, \quad y(0) = 0.$

5.  $xy' - 4y - x^2 \sqrt{y} = 0.$

6.  $(y^2 + 1)dx = (\operatorname{arctg} y - x)dy.$

7.  $(1-x^2)y' + xy = 1.$

**Вариант №11**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $x(y' - y) = e^x, y(0) = 2.$

2.  $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y.$

3.  $(1 + x^2)y' + y = \operatorname{arctg}x.$

4.  $y' = \frac{y+1}{x}, y(1) = 0.$

5.  $y' + \frac{2}{x}y = x^3.$

6.  $3(xy' + y) = y^2 \ln x.$

7.  $y' = 2y + e^x - x.$

**Вариант №12**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' = xy + x^3y^2.$

2.  $y' \sin x - y \cos x = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$

3.  $y' + 2xy = xe^{-x^2}.$

4.  $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^{\frac{4}{3}}.$

5.  $(1 - x^2)y' + xy = 1.$

6.  $ydx + \left(x - \frac{1}{2}x^3y\right)dy = 0, y\left(\frac{1}{2}\right) = 1.$

7.  $e^{x^2}y' + 2xye^{x^2} = x \sin x.$

**Вариант №13**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $dy = (x^2 + 2x - 2y)dx$ .

2.  $xdy = (x^5 y^2 - 2y)dx$ .

3.  $y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x$ ,  $y(e) = \frac{e^2}{2}$ .

4.  $4xy' + 3y = -e^x x^4 y^5$ .

5.  $xy' = y$ ,  $y(1) = 1$ .

6.  $xy' + y = \sin x$ .

7.  $y' = 2y + e^x - x$ .

**Вариант №14**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $yy' - 4x - y^2 \sqrt{x} = 0$ .

2.  $e^{x^2} y' + 2xye^{x^2} = x \sin x$ .

3.  $y' + y = e^{\frac{x}{2}} \sqrt{y}$ ,  $y(0) = \frac{9}{4}$ .

4.  $y' \sqrt{1-x^2} + y = \arcsin x$ ,  $y(0) = 0$ .

5.  $3y' = (1 - 3y^3) y \sin x$ .

6.  $y' + y = e^{-x}$ .

7.  $3y^2 y' + y^3 = x + 1$ .



**Вариант №15**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' + 3y \operatorname{tg} 3x = \sin 6x, \quad y(0) = \frac{1}{3}.$

2.  $y' - \frac{y}{x-1} = \frac{y^2}{x-1}.$

3.  $xy' - \frac{y}{x+1} = x, \quad y(1) = 0.$

4.  $y' + y \cos x = \sin 2x.$

5.  $y' = y \operatorname{ctg} x + \frac{y^3}{\sin x}.$

6.  $y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \sqrt{y}.$

7.  $y' = e^{2x} - e^x y.$

**Вариант №16**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $xy' + y = xy^2 \ln x, \quad y(2) = 3.$

2.  $y' + \frac{3x^2 y}{x^3 + 1} = y^2 (x^3 + 1) \sin x.$

3.  $(1 + x^2)y' + y = \operatorname{arctg} x.$

4.  $y' = \frac{y+1}{x}, \quad y(1) = 0.$

5.  $y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \sqrt{y}.$

6.  $(2x+1)y' + y = x.$

7.  $y' = \frac{y}{x} + \frac{x^2}{y}.$

**Вариант №17**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' + \frac{2y}{x} = x^3.$

2.  $xy' + y - e^x = 0, y(3) = 4.$

3.  $y' \operatorname{ctg} x + y = 2, y(0) = 2.$

4.  $y' = \left(1 + \frac{y-1}{2x}\right)^2.$

5.  $2xyy' + x^2 - y^2 = 0.$

6.  $y'x + y = -xy^2.$

7.  $y' + \frac{y}{x} = x^2.$

**Вариант №18**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $yy' + y^2 = \cos x.$

2.  $y' - 2y = -x^2, y(0) = \frac{1}{4}.$

3.  $y' - xy = -y^3 e^{-x^2}.$

4.  $y' = \frac{y+1}{x}, y(1) = 0.$

5.  $xy' + y = e^x.$

6.  $xy' + y = -xy^2.$

7.  $y' - \frac{3y}{x} = x.$

**Вариант №19**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $xy' + 2y = e^{-x^2}$ ,  $y(1) = 0$ .
2.  $x^2 y' = y^3 + xy$ .
3.  $y' = x(y - x \cos x)$ .
4.  $y' + \frac{y}{x} = -xy^2$ .
5.  $y' - 2y \operatorname{tg} x + y^2 \sin^2 x = 0$ .
6.  $xy' + y = xy^2 \ln x$ .
7.  $(y' - 2xy)\sqrt{y} = x^3$ ,  $y(1) = 1$ .

**Вариант №20**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $x(y' - y) = e^x$ ,  $y(0) = 2$ .
2.  $xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$ .
3.  $y' = \frac{y}{x} + \frac{1}{y}$ .
4.  $y' + 2y = 4x$ .
5.  $y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$ .
6.  $y' = (x + y)^2$ ,  $y(1) = 2$ .
7.  $y' - \frac{y}{x} = x$ .

**Вариант №21**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $dy = (x^2 + 2x - 2y)dx$ .

2.  $x dy = (x^5 y^2 - 2y)dx$ .

3.  $(1 + x^2)y' + y = \operatorname{arctg}x$ .

4.  $y' = \frac{y+1}{x}$ ,  $y(1) = 0$ .

5.  $3y' = (1 - 3y^3)y \sin x$ .

6.  $y' + y = e^{-x}$ .

7.  $y - y' \cos x = y^2 \cos x (1 - \sin x)$ .

**Вариант №22**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $\frac{dx}{x(y-1)} + \frac{dy}{y(x+2)} = 0$ ,  $y(1) = 1$ .

2.  $\sin x \sin y dx + \cos x \cos y dy = 0$ .

3.  $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$ .

4.  $y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$ ,  $y(1) = 2$ .

5.  $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x$ .

6.  $y' = 1 + y$ .

7.  $xy' = y \left( \ln \frac{y}{x} - 3 \right)$ .

**Вариант №23**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}.$

2.  $xy' + y = 2y^2 \ln x, \quad y(1) = \frac{1}{2}.$

3.  $y' = y - x.$

4.  $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0.$

5.  $y' + \frac{2}{x}y = x^3.$

6.  $3(xy' + y) = y^2 \ln x.$

7.  $y' - y \cos x = \sin 2x.$

**Вариант №24**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, \quad y(-1) = \frac{3}{2}.$

2.  $2(y' + xy) = (1+x)e^{-x^2}y^2, \quad y(0) = 2.$

3.  $y' = xy.$

4.  $y' - y \operatorname{tg} x = -\frac{2}{3}y^4 \sin x.$

5.  $y' + xy = x^3.$

6.  $xy' + y = y^2 \ln x.$

7.  $y' = x(y-1).$

**Вариант №25**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' - \frac{y}{x} = x \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$

2.  $y' + 2xy = 2x^3 y^3, \quad y(0) = \sqrt{2}.$

3.  $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x.$

4.  $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$

5.  $xy' + y = 2y^2 \ln x.$

6.  $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0.$

7.  $y - y' \cos x = y^2 \cos x (1 - \sin x).$

**Вариант №26**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$

2.  $y' - y = xy^2, \quad y(0) = 1.$

3.  $y' + \frac{y}{x} = 3x.$

4.  $2(y + y') = xy^2.$

5.  $y' + xy = (x-1)e^x y^2.$

6.  $y' - y \operatorname{tg} x = -\frac{2}{3} y^4 \sin x.$

7.  $y' = \frac{y}{x} + x^2.$

**Вариант №27**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, \quad y(1) = 4.$

2.  $y' + y = xy^2, \quad y(0) = 1.$

3.  $y' = x^2 - y.$

4.  $8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3.$

5.  $y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}.$

6.  $y' - y = 2xy^2.$

7.  $y' + 2xy = -2x^3.$

**Вариант №28**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $\operatorname{tg} x \frac{dy}{dx} - y = a.$

2.  $(1 + x^2)y' + xy = a.$

3.  $xy' + 2\sqrt{xy} = y.$

4.  $y' = 2xy + y^3 x, \quad y(2) = 0.$

5.  $(1 - x^2)y' + xy = 1.$

6.  $ydx + \left(x - \frac{1}{2}x^3 y\right)dy = 0, \quad y\left(\frac{1}{2}\right) = 1.$

7.  $e^{x^2} y' + 2xye^{x^2} = x \sin x.$

**Вариант №29**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' + \frac{y}{2x} = x^2, \quad y(1) = 1.$

2.  $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2, \quad y(0) = 1.$

3.  $y' - \frac{y}{x} = -2\frac{\ln x}{x}.$

4.  $3(xy' + y) = y^2 \ln x.$

5.  $xy' + y = xy^2.$

6.  $y' - y \operatorname{tg} x = -\frac{2}{3}y^4 \sin x.$

7.  $y' = y - x^2.$

**Вариант №30**

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1.  $y' + \frac{y}{2x} = x^2, \quad y(1) = 1.$

2.  $y' - y = xy^2, \quad y(0) = 1.$

3.  $y' = x + 2y.$

4.  $xy' + y = y^2 \ln x.$

5.  $y' = 3 + y^2.$

6.  $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x.$

7.  $y' + 2yx = xe^{-x^2} \sin x.$