

# 10.1.7. ДВОЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ №1

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f dx$  .
2. Вычислить : а)  $\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy$  ,  $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$  .  
 б)  $\iint_D ye^{\frac{xy}{2}} dx dy$  ,  $D: y=\ln 2, y=\ln 3, x=2, x=4$  .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $y=\frac{3}{x}, y=4e^x, y=3, y=4$ .  
 б)  $y^2-2y+x^2=0, y^2-4y+x^2=0, y=\frac{x}{\sqrt{3}}, y=\sqrt{3}x$  .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки  $D$ . Найти массу этой пластинки, заданной  
 а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x=1, y=0, y^2=4x (y \geq 0); \mu=7x^2+y$ .  
 б)  $D: x^2+\frac{y^2}{4} \leq 1; \mu=y^2$ .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $y=16\sqrt{2x}, y=\sqrt{2x}, z=0, x+z=2$ .  
 б)  $x^2+y^2=2y, z=\frac{5}{4}-x^2, z=0$ .

## ВАРИАНТ №2

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx$  .
2. Вычислить : а)  $\iint_D (9x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy$  ,  $D: x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}$  .  
 б)  $\iint_D y^2 \sin \frac{xy}{2} dx dy$  ,  $D: y=\sqrt{\pi}, y=\frac{x}{2}, x=0$  .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $x=\sqrt{36-y^2}, x=6-\sqrt{36-y^2}$ .  
 б)  $x^2-4x+y^2=0, x^2-8x+y^2=0, y=0, y=\frac{x}{\sqrt{3}}$  .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки  $D$ . Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x^2+y^2=1, y=0, x^2+y^2=4, x=0 (y \geq 0, x \geq 0); \mu=\frac{x+y}{x^2+y^2}$ .  
 б)  $D: 1 \leq \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 2, y \geq 0, y \leq \frac{2}{3}x; \mu=\frac{y}{x}$ .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $y=5\sqrt{x}, y=\frac{5x}{3}, z=0, z=5+5\sqrt{\frac{x}{3}}$ .  
 б)  $x^2+y^2=y, x^2+y^2=4y, z=\sqrt{x^2+y^2}, z=0$ .

## ВАРИАНТ №3

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_0^y f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f dx$  .
2. Вычислить : а)  $\iint_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3) dx dy$  ,  $D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}$  .  
 б)  $\iint_D y \cos xy dx dy$  ,  $D: y = \frac{\pi}{2}, y = \pi, x = 2, x = 1$  .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $x^2 + y^2 = 72, 6y = -x^2 (y \leq 0)$ .  
 б)  $y^2 - 6y + x^2 = 0, y^2 - 8y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$  .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x=1, y=0, y^2=4x (y \geq 0); \mu = \frac{7x^2}{2} + 5y$ .  
 б)  $D: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} \leq 1, y \geq 0; \mu = x^2y$ .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x^2 + y^2 = 2, y = \sqrt{x}, z=0, z=15x, y=0$ .  
 б)  $x^2 + y^2 = 8\sqrt{2}x, z = x^2 + y^2 - 64, z=0 (z \geq 0)$ .

## ВАРИАНТ №4

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{\sqrt{2-y}} f dx$  .
2. Вычислить : а)  $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$  ,  $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}$  .  
 б)  $\iint_D y^2 e^{-\frac{xy}{4}} dx dy$  ,  $D: y=2, y=x, x=0$  .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $x = 8 - y^2, x = -2y$ .  
 б)  $x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 4x + y^2 = 0, y=0, y=x$  .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, y=0, x=0 (y \geq 0, x \geq 0); \mu = \frac{2x+5y}{x^2+y^2}$ .  
 б)  $D: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} \leq 1, y \geq 0; \mu = \frac{7x^2y}{18}$ .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x+y=2, y=\sqrt{x}, z=0, z=12y$ .  
 б)  $x^2 + y^2 + 4x = 0, z = 8 - y^2, z=0$ .

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ №5

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-m\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 f dy + \int_{-1}^0 dx \int_x^0 f dy$  .
2. Вычислить : а)  $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy$  ,  $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x}$  .  
 б)  $\iint_D y \sin xy dx dy$  ,  $D: y=\frac{\pi}{2}, y=\pi, x=2, x=1$  .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $y=\frac{3}{x}, y=8e^x, y=3, y=8$ .  
 б)  $y^2-8y+x^2=0, y^2-10y+x^2=0, y=\frac{x}{\sqrt{3}}, y=\sqrt{3}x$  .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x=2, y=0, y^2=2x (y \geq 0); \mu = \frac{7x^2}{8} + 2y$ .  
 б)  $D: 1 \leq \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 4, y \geq 0, y \leq \frac{x}{2}; \mu = \frac{8y}{x^3}$ .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x=20\sqrt{2y}, x=5\sqrt{2y}, z=0, x+y=\frac{1}{2}$ .  
 б)  $x^2+y^2=6x, x^2+y^2=9x, z=\sqrt{x^2+y^2}, z=0, y=0 (y \leq 0)$ .

## ВАРИАНТ №7

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-2}^{-1} dy \int_0^{\sqrt{2+y}} f dx + \int_{-1}^0 dy \int_0^{\sqrt{-y}} f dx$  .
2. Вычислить : а)  $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$  ,  $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt{x}$  .  
 б)  $\iint_D 4ye^{2xy} dx dy$  ,  $D: y=\ln 4, y=\ln 3, x=\frac{1}{2}, x=1$  .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $x=5-y^2, x=-4y$ .  
 б)  $y^2-4y+x^2=0, y^2-6y+x^2=0, y=x, x=0$ .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x=2, y=0, y^2=\frac{x}{2} (y \geq 0); \mu = \frac{7x^2}{2} + 6y$ .  
 б)  $D: \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1; \mu = 4y^4$ .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x^2+y^2=2, x=\sqrt{y}, x=0, z=0, z=30y$ .  
 б)  $x^2+y^2=2y, z=\frac{9}{4}-x^2, z=0$ .

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ №6

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} dy \int_0^{\arcsin y} f dx + \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 dy \int_0^{\arccos y} f dx$  .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$  ,  $D: x=1, y=-x^2, y=\sqrt[3]{x}$  .

б)  $\iint_D y^2 \cos \frac{xy}{2} dx dy$  ,  $D: y=\sqrt{\frac{\pi}{2}}, y=\frac{x}{2}, x=0$  .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $y = \frac{\sqrt{x}}{2}, y = \frac{1}{2x}, x = 16$ .

б)  $x^2 - 4x + y^2 = 0, x^2 - 8x + y^2 = 0, y = 0, y = x$  .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = 0 (y \geq 0, x \geq 0)$ ;  $\mu = \frac{x+y}{x^2+y^2}$ .

б)  $D: \frac{x^2}{9} + y^2 \leq 1, x \geq 0$ ;  $\mu = 7xy^6$ .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x = 5\sqrt{\frac{y}{2}}, x = \frac{5y}{6}, z = 0, z = \frac{5}{6}(3 + \sqrt{y})$ .

б)  $x^2 + y^2 = 6\sqrt{2y}, z = x^2 + y^2 - 36, z = 0 (z \geq 0)$ .

## ВАРИАНТ №9

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{x^2} f dy$  .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (4xy + 3x^2y^2) dx dy$  ,  $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$  .

б)  $\iint_D y \cos 2xy dx dy$  ,  $D: y = \frac{\pi}{2}, y = \pi, x = 1, x = \frac{1}{2}$  .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $y = \sqrt{12-x^2}, y = 2\sqrt{3} - \sqrt{12-x^2}, x = 0 (x \geq 0)$ .

б)  $y^2 - 6y + x^2 = 0, y^2 - 10y + x^2 = 0, y = x, x = 0$  .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D: x = 1, y = 0, y^2 = 4x (y \geq 0)$ ;  $\mu = x + 3y^2$ .

б)  $D: 1 \leq \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} \leq 4, x \geq 0, y \geq \frac{x}{2}$ ;  $\mu = \frac{x}{y}$ .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $y = 17\sqrt{2x}, y = 2\sqrt{2x}, z = 0, x + z = \frac{1}{2}$ .

б)  $x^2 + y^2 + 2\sqrt{2y} = 0, z = x^2 + y^2 - 4, z = 0 (z \geq 0)$ .

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ № 8

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^e dy \int_{-1}^{-\ln y} f dx$ .
2. Вычислить : а)  $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy$ ,  $D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt{x}$ .  
 б)  $\iint_D 4y^2 \sin xy dx dy$ ,  $D: y = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, y=x, x=0$ .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $x^2 + y^2 = 12, -\sqrt{6}y = x^2 (y \leq 0)$ .  
 б)  $x^2 - 10x + y^2 = 0, x^2 - 2x + y^2 = 0, y=0, y=\sqrt{3}x$ .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 25, x=0, y=0 (y \leq 0, x \geq 0); \mu = \frac{2x-3y}{x^2+y^2}$ .  
 б)  $D: 1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 4, x \geq 0, y \geq \frac{3x}{2}; \mu = \frac{x}{y}$ .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x+y=2, x=\sqrt{y}, z=0, z=\frac{12x}{5}$ .  
 б)  $x^2+y^2=2y, x^2+y^2=5y, z=\sqrt{x^2+y^2}, z=0$ .

## ВАРИАНТ № 11

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_{1-x^2}^1 f dy + \int_1^e dx \int_{\ln x}^1 f dy$ .
2. Вычислить : а)  $\iint_D (8xy + 9x^2y^2) dx dy$ ,  $D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}$ .  
 б)  $\iint_D 12y \sin 2xy dx dy$ ,  $D: y = \frac{\pi}{4}, y = \frac{\pi}{2}, x=2, x=3$ .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $y = \sqrt{24-x^2}, 2\sqrt{3}y = x^2, x=0 (x \geq 0)$ .  
 б)  $y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 4y + x^2 = 0, x=0, y=\sqrt{3}x$ .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x=1, y=0, y^2=x (y \geq 0); \mu = 3x+6y^2$ .  
 б)  $D: \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = 6x^3y^3$ .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x^2+y^2=8, y=\sqrt{2x}, y=0, z=0, z=\frac{15x}{11}$ .  
 б)  $x^2+y^2=7x, x^2+y^2=10x, z=\sqrt{x^2+y^2}, z=0$ .

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ № 10

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f dy$ .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (12xy + 9x^2y^2) dx dy$ ,  $D: x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}$ .

б)  $\iint_D y^2 e^{-\frac{xy}{8}} dx dy$ ,  $D: y=2, y=\frac{x}{2}, x=0$ .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $y = \frac{3}{2}\sqrt{x}, y = \frac{3}{2x}, x = 9$ .

б)  $x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 4x + y^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$ .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9, x = 0, y = 0 (y \leq 0, x \geq 0); \mu = \frac{x-y}{x^2+y^2}$ .

б)  $D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = x^3y$ .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $y = 5\sqrt{\frac{x}{3}}, y = \frac{5x}{9}, z = 0, z = \frac{5 \cdot (3 + \sqrt{x})}{9}$ .

б)  $x^2 + y^2 = 4x, z = 10 - y^2, z = 0$ .

## ВАРИАНТ № 12

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt[3]{y}} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f dx$ .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (24xy + 18x^2y^2) dx dy$ ,  $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}$ .

б)  $\iint_D y^2 \cos xy dx dy$ ,  $D: y = \sqrt{\pi}, y = x, x = 0$ .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $y = \sin x, y = \cos x, x = 0 (x \geq 0)$ .

б)  $x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 6x + y^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$ .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 25, x = 0, y = 0 (y \geq 0, x \leq 0); \mu = \frac{(2y-x)}{(x^2+y^2)}$ .

б)  $D: 1 \leq \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 25, x \geq 0, y \geq \frac{x}{2}; \mu = \frac{x}{y^3}$ .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x+y=4, y=\sqrt{2x}, z=0, z=3y$ .

б)  $x^2 + y^2 = 8\sqrt{2}y, z = x^2 + y^2 - 64, z = 0 (z \geq 0)$ .

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ № 13

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} dy \int_0^{\sin y} f dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} dy \int_0^{\cos y} f dx$  .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (12xy + 27x^2y^2) dx dy$  ,  $D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}$  .

б)  $\iint_D ye^{\frac{xy}{4}} dx dy$  ,  $D : y = \ln 2, y = \ln 3, x = 8, x = 4$  .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $y = 20 - x^2, y = -8x$  .

б)  $y^2 - 4y + x^2 = 0, y^2 - 6y + x^2 = 0, x = 0, y = \sqrt{3}x$  .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки  $D$ . Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D : x = 2, y = 0, y^2 = \frac{x}{2} (y \geq 0); \mu = 2x + 3y^2$  .

б)  $D : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1; \mu = x^2y^2$  .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x = \frac{5}{6}\sqrt{y}, x = \frac{5}{18}y, z = 0, z = \frac{5}{18} \cdot (3 + \sqrt{y})$  .

б)  $x^2 + y^2 = 2y, z = \frac{13}{4} - x^2, z = 0$  .

## ВАРИАНТ № 14

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-(2+x)}^0 f dy + \int_{-1}^0 dx \int_{\sqrt[3]{x}}^0 f dy$  .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (8xy + 18x^2y^2) dx dy$  ,  $D : x = 1, y = -x^2, y = \sqrt[3]{x}$  .

б)  $\iint_D 4y^2 \sin 2xy dx dy$  ,  $D : y = \sqrt{2\pi}, y = 2x, x = 0$  .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $y = \sqrt{18 - x^2}, y = 3\sqrt{2} - \sqrt{18 - x^2}$  .

б)  $x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 8x + y^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$  .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки  $D$ . Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D : x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 16, y = 0, x = 0 (x \leq 0, y \geq 0); \mu = \frac{2y - 3x}{x^2 + y^2}$  .

б)  $D : \frac{x^2}{16} + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = 5xy^7$  .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x = 19\sqrt{2y}, x = 4\sqrt{2y}, z = 0, y + z = 2$  .

б)  $x^2 + y^2 = 3y, x^2 + y^2 = 6y, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0$  .



## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ № 15

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f dx$  .
2. Вычислить : а)  $\iint_D \left( \frac{4}{5}xy + \frac{9}{11}x^2y^2 \right) dx dy$  ,  $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt{x}$  .  
 б)  $\iint_D 2y \cos 2xy dx dy$  ,  $D: y = \frac{\pi}{4}, y = \frac{\pi}{2}, x=2, x=1$  .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $y = 32 - x^2, y = -4x$ .  
 б)  $y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 6y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, x = 0$ .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x = \frac{1}{2}, y = 0, y^2 = 8x (y \geq 0); \mu = 7x + 3y^2$ .  
 б)  $D: \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = 30x^3y^7$ .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x^2 + y^2 = 8, x = \sqrt{2y}, x = 0, z = 0, z = \frac{30y}{11}$ .  
 б)  $x^2 + y^2 = 6\sqrt{2}x, z = x^2 + y^2 - 36, z = 0 (z \geq 0)$ .

## ВАРИАНТ № 16

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^2 dy \int_{-\sqrt{2-y}}^0 f dx$  .
2. Вычислить : а)  $\iint_D \left( \frac{4}{5}xy + 9x^2y^2 \right) dx dy$  ,  $D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt{x}$  .  
 б)  $\iint_D y^2 e^{-\frac{xy}{2}} dx dy$  ,  $D: y = \sqrt{2}, y = x, x = 0$  .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $y = \frac{2}{x}, y = 5e^x, y = 2, y = 5$ .  
 б)  $x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 4x + y^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = 0$ .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, y = 0, x = 0 (x \leq 0, y \geq 0); \mu = \frac{2y - 5x}{x^2 + y^2}$ .  
 б)  $D: 1 \leq \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 3, y \geq 0, y \leq \frac{2}{3}x; \mu = \frac{y}{x}$ .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x + y = 4, x = \sqrt{2y}, z = 0, z = \frac{3x}{5}$ .  
 б)  $x^2 + y^2 = 2\sqrt{2}y, z = x^2 + y^2 - 4, z = 0 (z \geq 0)$ .

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ № 17

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_{-y}^0 f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx$ .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (24xy - 48x^3y^3) dx dy$ ,  $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$ .

б)  $\iint_D y \sin xy dx dy$ ,  $D: y=2\pi, y=\pi, x=\frac{1}{2}, x=1$ .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $x^2 + y^2 = 36, 3\sqrt{2}y = x^2$  ( $y \geq 0$ ).

б)  $y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 10y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$ .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D: x=1, y=0, y^2=4x$  ( $y \geq 0$ );  $\mu = 7x^2 + 2y$ .

б)  $D: x^2 + \frac{y^2}{25} \leq 1, y \geq 0$ ;  $\mu = 7x^4y$ .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $y = 6\sqrt{3x}, y = \sqrt{3x}, z=0, x+z=3$ .

б)  $x^2 + y^2 = 4x, z = 12 - y^2, z = 0$ .

## ВАРИАНТ № 18

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_0^{y^3} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f dx$ .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (6xy + 24x^3y^3) dx dy$ ,  $D: x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}$ .

б)  $\iint_D y^2 \cos 2xy dx dy$ ,  $D: y = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, y = \frac{x}{2}, x=0$ .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $y = 3\sqrt{x}, y = \frac{3}{x}, x=4$ .

б)  $x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 6x + y^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y=0$ .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 16, x=0, y=0$  ( $x \geq 0, y \geq 0$ );  $\mu = \frac{x+3y}{x^2+y^2}$ .

б)  $D: x^2 + \frac{y^2}{9} \leq 1, y \geq 0$ ;  $\mu = 35x^4y^3$ .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $y = \frac{5}{6}\sqrt{x}, y = \frac{5}{18}x, z=0, z = \frac{5}{18} \cdot (3 + \sqrt{x})$ .

б)  $x^2 + y^2 = 8x, x^2 + y^2 = 11x, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z=0, y=0, (y \leq 0)$ .

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ № 19

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^{\sqrt{3}} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f dy$  .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (4xy + 16x^3y^3) dx dy$  ,  $D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}$  .

б)  $\iint_D 8ye^{4xy} dx dy$  ,  $D: y=\ln 4, y=\ln 3, x=\frac{1}{2}, x=\frac{1}{4}$  .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $y=6-\sqrt{36-x^2}, y=\sqrt{36-x^2}, x=0$  ( $x \geq 0$ ).

б)  $y^2-4y+x^2=0, y^2-10y+x^2=0, y=\frac{x}{\sqrt{3}}, y=\sqrt{3}x$  .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D: x=2, y^2=2x, y=0$  ( $y \geq 0$ );  $\mu = \frac{7x^2}{4} + \frac{y}{2}$ .

б)  $D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$ ;  $\mu = x^2$ .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x^2+y^2=18, y=\sqrt{3x}, y=0, z=0, z=\frac{5x}{11}$ .

б)  $x^2+y^2=4\sqrt{2}x, z=x^2+y^2-16, z=0$  ( $z \geq 0$ ).

## ВАРИАНТ № 20

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-2}^{-1} dy \int_{-(2+y)}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{\sqrt[3]{y}}^0 f dx$  .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (4xy + 16x^3y^3) dx dy$  ,  $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}$  .

б)  $\iint_D 3y^2 \sin \frac{xy}{2} dx dy$  ,  $D: y=\sqrt{\frac{4\pi}{3}}, y=\frac{2}{3}x, x=0$  .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $y=\frac{25}{4}-x^2, y=x-\frac{5}{2}$ .

б)  $x^2-2x+y^2=0, x^2-6x+y^2=0, y=0, y=x$  .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D: x^2+y^2=1, x^2+y^2=4, y=0, x=0$  ( $x \geq 0, y \geq 0$ );  $\mu = \frac{x+2y}{x^2+y^2}$ .

б)  $D: 1 \leq x^2 + \frac{y^2}{16} \leq 9, y \geq 0, y \leq 4x$ ;  $\mu = \frac{y}{x^3}$ .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x+y=6, y=\sqrt{3x}, z=0, z=4y$ .

б)  $x^2+y^2=4y, z=4-x^2, z=0$ .

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ № 21

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_0^y f dx + \int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f dx$  .
2. Вычислить : а)  $\iint_D (44xy + 16x^3y^3) dx dy$  ,  $D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}$  .  
 б)  $\iint_D y \cos xy dx dy$  ,  $D: y = \pi, y = 3\pi, x = \frac{1}{2}, x = 1$  .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{x}, x = 16$  .  
 б)  $y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 4y + x^2 = 0, x = 0, y = x$  .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x = 2, y = 0, y^2 = 2x (y \geq 0); \mu = \frac{7x^2}{4} + y$  .  
 б)  $D: \frac{x^2}{9} + y^2 \leq 1, x \geq 0; \mu = 11xy^8$  .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x = 7\sqrt{3y}, x = 2\sqrt{3y}, z = 0, y + z = 3$  .  
 б)  $x^2 + y^2 = 4y, x^2 + y^2 = 7y, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0$  .

## ВАРИАНТ № 22

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy$  .
2. Вычислить : а)  $\iint_D (4xy + 176x^3y^3) dx dy$  ,  $D: x = 1, y = -x^2, y = \sqrt[3]{x}$  .  
 б)  $\iint_D y^2 e^{-\frac{xy}{2}} dx dy$  ,  $D: y = 1, y = \frac{x}{2}, x = 0$  .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $y = \frac{2}{x}, y = 7e^x, y = 2, y = 7$  .  
 б)  $x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 4x + y^2 = 0, y = 0, y = \sqrt{3x}$  .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \leq 0); \mu = \frac{2x - y}{x^2 + y^2}$  .  
 б)  $D: 1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} \leq 5, x \geq 0, y \geq 2x; \mu = \frac{x}{y}$  .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x = 5\sqrt{\frac{y}{3}}, x = \frac{5y}{9}, z = 0, z = \frac{5 \cdot (3 + \sqrt{y})}{9}$  .  
 б)  $x^2 + y^2 = 4\sqrt{2}y, z = x^2 + y^2 - 16, z = 0 (z \geq 0)$  .

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ № 23

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} dx \int_0^{\sin x} f dy + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^{\cos x} f dy$ .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (xy - 4x^3y^3) dx dy$ ,  $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt{x}$ .

б)  $\iint_D y \sin 2xy dx dy$ ,  $D: y=\frac{\pi}{2}, y=\frac{3\pi}{2}, x=2, x=\frac{1}{2}$ .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $x=27-y^2, x=-6y$ .

б)  $y^2-6y+x^2=0, y^2-8y+x^2=0, x=0, y=x$ .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D: x=2, y=0, y^2=\frac{x}{2} (y \geq 0); \mu = \frac{7x^2}{2} + 8y$ .

б)  $D: 1 \leq \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 5, x \geq 0, y \geq \frac{2x}{3}; \mu = \frac{x}{y}$ .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x^2+y^2=18, x=\sqrt{3y}, x=0, z=0, z=\frac{10y}{11}$ .

б)  $x^2+y^2+2x=0, z=\frac{17}{4}-y^2, z=0$ .

## ВАРИАНТ № 24

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_y^0 f dx$ .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (4xy + 176x^3y^3) dx dy$ ,  $D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt{x}$ .

б)  $\iint_D y^2 \cos xy dx dy$ ,  $D: y=2x, y=\sqrt{\pi}, x=0$ .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $x=\sqrt{72-y^2}, 6x=y^2, y=0 (y \geq 0)$ .

б)  $x^2-4x+y^2=0, x^2-8x+y^2=0, y=0, y=\sqrt{3x}$ .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D: x^2+y^2=1, x^2+y^2=25, x=0, y=0 (x \geq 0, y \leq 0); \mu = \frac{x-4y}{x^2+y^2}$ .

б)  $D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = x^5y$ .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x+y=6, x=\sqrt{3y}, z=0, z=\frac{4x}{5}$ .

б)  $x^2+y^2=9x, x^2+y^2=12x, z=\sqrt{x^2+y^2}, z=0, y=0 (y \geq 0)$ .

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ № 25

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_0^{x^3} f dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f dy$  .
2. Вычислить : а)  $\iint_D \left(6x^2y^2 + \frac{25}{3}x^4y^4\right) dx dy$  ,  $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$  .  
 б)  $\iint_D 6ye^{\frac{xy}{3}} dx dy$  ,  $D: y=\ln 2, y=\ln 3, x=3, x=6$  .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $y=\sqrt{6-x^2}, y=\sqrt{6}-\sqrt{6-x^2}$  .  
 б)  $y^2-4y+x^2=0, y^2-8y+x^2=0, x=0, y=x$  .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной  
 а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x=1, y=0, y^2=4x (y \geq 0); \mu=6x+3y^2$  .  
 б)  $D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} \leq 1; \mu=x^4$  .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $y=\sqrt{15x}, y=\sqrt{15x}, z=0, z=\sqrt{15} \cdot (1+\sqrt{x})$  .  
 б)  $x^2+y^2+2\sqrt{2}x=0, z=x^2+y^2-4, z=0 (z \geq 0)$  .

## ВАРИАНТ № 26

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^{\sqrt{3}} dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f dy$  .
2. Вычислить : а)  $\iint_D (9x^2y^2 + 25x^4y^4) dx dy$  ,  $D: x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}$  .  
 б)  $\iint_D y^2 \sin \frac{xy}{2} dx dy$  ,  $D: y=\sqrt{\pi}, y=x, x=0$  .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $y=\frac{3}{2}\sqrt{x}, y=\frac{3}{2x}, x=4$  .  
 б)  $x^2-8x+y^2=0, x^2-4x+y^2=0, y=\frac{x}{\sqrt{3}}, y=\sqrt{3}x$  .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной  
 а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x^2+y^2=4, x^2+y^2=16, x=0, y=0 (x \geq 0, y \leq 0); \mu=\frac{3x-y}{x^2+y^2}$  .  
 б)  $D: x^2+\frac{y^2}{4} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu=15x^5y^3$  .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x^2+y^2=50, y=\sqrt{5x}, y=0, z=0, z=\frac{3x}{11}$  .  
 б)  $x^2+y^2=4y, z=6-x^2, z=0$  .

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ № 27

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^0 f dy + \int_1^2 dx \int_{-\sqrt{2-x}}^0 f dy$ .
2. Вычислить : а)  $\iint_D \left( 3x^2y^2 + \frac{50}{3}x^4y^4 \right) dx dy$ ,  $D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}$ .  
 б)  $\iint_D y \cos 2xy dx dy$ ,  $D: y = \frac{\pi}{2}, y = \frac{3\pi}{2}, x=2, x = \frac{1}{2}$ .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $y = \sin x, y = \cos x, x=0 (x \leq 0)$ .  
 б)  $y^2 - 4y + x^2 = 0, y^2 - 8y + x^2 = 0, x=0, y = \sqrt{3}x$ .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x=2, y=0, y^2 = \frac{x}{2} (y \geq 0); \mu = 4x + 6y^2$ .  
 б)  $D: 1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 36, x \geq 0, y \geq \frac{3}{2}x; \mu = \frac{9x}{y^3}$ .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x+y=8, y=\sqrt{4x}, z=0, z=3y$ .  
 б)  $x^2+y^2=10x, x^2+y^2=13x, z=\sqrt{x^2+y^2}, z=0, y=0 (y \geq 0)$ .

## ВАРИАНТ № 28

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_0^x f dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy$ .
2. Вычислить : а)  $\iint_D (9x^2y^2 + 25x^4y^4) dx dy$ ,  $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}$ .  
 б)  $\iint_D y^2 e^{-\frac{xy}{8}} dx dy$ ,  $D: y=2x, y=4, x=0$ .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :  
 а)  $y = \frac{1}{x}, y = 6e^x, y=1, y=6$ .  
 б)  $x^2 - 6x + y^2 = 0, x^2 - 4x + y^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$ .
4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :  
 а)  $D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 9, x=0, y=0 (x \leq 0, y \geq 0); \mu = \frac{y-4x}{x^2+y^2}$ .  
 б)  $D: \frac{x^2}{100} + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = 6xy^9$ .
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.  
 а)  $x=16\sqrt{2y}, x=\sqrt{2y}, z=0, y+z=2$ .  
 б)  $x^2+y^2=2\sqrt{2}x, z=x^2+y^2-4, z=0 (z \geq 0)$ .

## 10.1.7. Двойные интегралы

## ВАРИАНТ № 29

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{x}} f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f dx$ .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (54x^2y^2 + 150x^4y^4) dx dy$ ,  $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x}$ .

б)  $\iint_D 3y \sin xy dx dy$ ,  $D: y = \frac{\pi}{2}, y = 3\pi, x = 1, x = 3$ .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $y = 3\sqrt{x}, y = \frac{3}{x}, x = 9$ .

б)  $y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 10y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, x = 0$ .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D: x = \frac{1}{2}, y = 0, y^2 = 2x (y \geq 0); \mu = 4x + 9y^2$ .

б)  $D: \frac{x^2}{16} + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = 105x^3y^9$ .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $y = 15\sqrt{y}, x = 15y, z = 0, z = 15 \cdot (1 + \sqrt{y})$ .

б)  $x^2 + y^2 = 2x, z = \frac{21}{4} - y^2, z = 0$ .

## ВАРИАНТ № 30

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f dy + \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2-x}} f dy$ .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (xy - 9x^5y^5) dx dy$ ,  $D: x=1, y=-x^2, y=\sqrt[3]{x}$ .

б)  $\iint_D y^2 \cos \frac{xy}{2} dx dy$ ,  $D: y = \sqrt{2\pi}, y = 2x, x = 0$ .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $y = 11 - x^2, y = -10x$ .

б)  $x^2 - 6x + y^2 = 0, x^2 - 10x + y^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$ .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 9, x = 0, y = 0 (x \leq 0, y \geq 0); \mu = \frac{y-2x}{x^2 + y^2}$ .

б)  $D: 1 \leq \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} \leq 2, y \geq 0, y \leq \frac{4}{3}x; \mu = \frac{27y}{x^5}$ .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $x^2 + y^2 = 50, x = \sqrt{5y}, x = 0, z = 0, z = \frac{6y}{11}$ .

б)  $x^2 + y^2 = 5y, x^2 + y^2 = 8y, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0$ .



## ВАРИАНТ № 31

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f dy$  .

2. Вычислить : а)  $\iint_D (54x^2y^2 + 150x^4y^4) dx dy$  ,  $D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}$  .

б)  $\iint_D 12ye^{6xy} dx dy$  ,  $D : y = \ln 4, y = \ln 3, x = \frac{1}{6}, x = \frac{1}{3}$  .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями :

а)  $x^2 + y^2 = 12, x\sqrt{6} = y^2$  ( $x \geq 0$ ).

б)  $y^2 - 4y + x^2 = 0, y^2 - 8y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, x = 0$  .

4.  $\mu$  - поверхностная плотность пластинки D. Найти массу этой пластинки, заданной

а) ограничивающими ее кривыми и б) неравенствами :

а)  $D : x = \frac{1}{4}, y = 0, y^2 = 16x$  ( $y \geq 0$ );  $\mu = 16x + \frac{9y^2}{2}$  .

б)  $D : 1 \leq \frac{x^2}{16} + y^2 \leq 3, x \geq 0, y \geq \frac{x}{4}$ ;  $\mu = \frac{x}{y^5}$  .

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

а)  $y = 17\sqrt{2y}, x = 2\sqrt{2y}, z = 0, y + z = \frac{1}{2}$  .

б)  $x^2 + y^2 + 2x = 0, z = \frac{25}{4} - y^2, z = 0$  .