

13.1.7.
ЗНАКОПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ
РЯДЫ

Вариант №1.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+6}{(n+3)(n+2)n}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 - 100n^2 + 1}{100n^2 + 15n}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{1+n^2}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot \ln^2(n+1)}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+3)!}{3^n}$.

Вариант №2.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+3}{n(n+1)(n+3)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{n^2+1}+n)^2}{\sqrt[3]{n^6+1}}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+4)}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot \sqrt[3]{n^2}}{(n+1)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n}$,

3.4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln(n)}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{(2n-1)!}$.

Вариант №3.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+8}{n(n+1)(n+2)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{2n^2}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n(n+2)}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{n^2+1} \right)^{n^2}$,

3.4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2 n}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{3^n}$.

Вариант №4.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+3)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n-3n^3}{1+n^2+3n^3}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(3^n+1)(2n)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-2}\right)^{n^2}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!}{(3n-1)!}$.

Вариант №5.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3-n}{(n+3)(n+1)n}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4 - 5n}{n^2 - 3n + 1}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n-1}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n-1}}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n$,

3.4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt[4]{\ln^3(n)}}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n-1)!}$.

Вариант №6.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4-n}{n(n+1)(n+2)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1}{2n^2+1}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{3^n \cdot (n+1)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1} \right)^n$,

3.4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^5(n)}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n+4)!}$.

Вариант №7.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)(n+3)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{(n+1)^2 - (n-1)^2}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 4n + 5}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(3n)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-3}{5n+1} \right)^{n^3}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^3 + 1}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{2n}$.

Вариант №8.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{4n^2 - 9}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{3n - 2}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n}}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n}}{(2n-1)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{10n+5} \right)^{n^2}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\sqrt{n} - \sqrt[3]{n})}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n}}{(2n-1)!}$.

Вариант №10.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{25n^2 + 5n - 6}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1000n + 1}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{\sqrt[4]{n^5}}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^n \cdot \frac{1}{5^n}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{11n-7}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(3n)!}$.

Вариант №11.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + 4n - 3}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^2 + 1}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{1}{n^4 + 1}}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n \cdot (n^2 - 1)}{n!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{n+1} \right)^{n^2}$,

3.4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^{3/2}(n)}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^n}$.

Вариант №12.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+2)(n+1)n}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{n}}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n \cdot n!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{4n-1} \right)^n$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^3 + 7}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n \cdot 2n!}{(2n)!}$.

Вариант №13.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{n(n+1)(n+2)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^3 + n}{n+1}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\frac{n^2 + 5}{n^2 + 4} \right)$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{3n+5} \cdot \frac{1}{2^n}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-3} \right)^{n^2}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n-2}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n \cdot (n^2 - 1)}{n!}$.

Вариант №15.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{3n-1}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n^2+1}{n^2+n+2}\right)$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} \cdot (n^3+1)}{(n+1)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{4n+1}\right)^{n/2}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}$.

Вариант №16.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{4n}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n^3}{n^3+1}\right)$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{7n-11}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2}$.

Вариант №17.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n^3}{1+n^2}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot e^{-n}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n \cdot (n-1)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{n^3}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n-1}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot (n+2)!}{(2n)!}$.

Вариант №18.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+9}{n(n+1)(n+3)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{n+3} \cdot \arcsin\left(\frac{1}{n^2+2}\right)$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n(n+1)}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n)!}{(2n-1)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{n^3}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{12n-7}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+3)!}$.

Вариант №19.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1) \cdot \arctg\left(\frac{1}{n+2}\right)$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{4n^2 + 1}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+1)!}{(2n+1)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{4n+2}\right)^{2n}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{n^2 + 1}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$.

Вариант №20.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n(n+1)(n+2)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 2) \cdot \ln\left(\frac{n^2 + 1}{n}\right)$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n(n+1)}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot (2n+1)!}{(3n)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3}\right)^{n^2}$,

3.4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt[3]{\ln^2(n)}}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n}$.

Вариант №21.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+4}{n(n+1)(n+2)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3-2}{3n^3+4}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4+3n}{4-3n^2}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)!}{10^n \cdot n^2}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n^2+1)^{n/2}}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n-1}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} (\ln(n))^{-n}$.

Вариант №22.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^n$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 3n}{n\sqrt{n}}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (2n+5)}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{3+n^2}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n \cdot 3^n}{5^n}$.

Вариант №23.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+6}{n(n+1)(n+2)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt[3]{n^3+2n+4}}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 - 2n + 5}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{2^n}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{2^{n+1} \cdot n!}$.

Вариант №24.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-n}{n(n+1)(n+3)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{3n+4}{5n+1}}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 - 2n}}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)! \cdot 4^n}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n \cdot 3^n}{5^n}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{1+n^3}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-3} \right)^{n^2}$.

Вариант №25.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 7n - 12}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 4}{2n^2 + 1}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+4)}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot (n+1)!}{(2n)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+5} \right)^{n^2}$,

3.4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2(n)}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n}$.

Вариант №26.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+3}{n(n+1)(n+3)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{n^2+1}+n)^2}{\sqrt[3]{n^6+1}}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+4)}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot \sqrt[3]{n^2}}{(n+1)!}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n}$,

3.4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln(n)}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{(2n-1)!}$.

Вариант №27.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+6}{(n+3)(n+2)n}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 - 100n^2 + 1}{100n^2 + 15n}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{1+n^2}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$,

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot \ln^2(n+1)}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+3)!}{3^n}$.

Вариант №28.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+8}{n(n+1)(n+2)}$.

2. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{2n^2}$, используя необходимое условие сходимости.

3. Исследовать сходимость рядов:

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n(n+2)}$,

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n}$,

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{n^2+1} \right)^{n^2}$,

3.4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2(n)}$,

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{3^n}$.