

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ
УРАВНЕНИЯ,
ДОПУСКАЮЩИЕ
ПОНИЖЕНИЕ ПОРЯДКА**

Вариант №1

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

$$1. y''' = \cos 2x, \quad y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = y''\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.$$

$$2. x^4 y'' + x^3 y' = 1.$$

$$3. y'' = xe^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

$$4. x^3 y'' + x^2 y' - 1 = 0.$$

$$5. y^3 y'' + 1 = 0.$$

Вариант №2

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

$$1. y^{IV} = e^{2x}, \quad y(0) = y'(0) = 1, \quad y''(0) = y'''(0) = 0.$$

$$2. \operatorname{tg} x \cdot y'' = 2y'.$$

$$3. y''' = \frac{\ln x}{x^2}, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 1, \quad y''(1) = 2.$$

$$4. (1 - x^2)y'' + xy' - 2 = 0.$$

$$5. y'' \cdot \operatorname{tgy} = 2(y')^2.$$

Вариант №3

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y''' = \sin^2 x$, $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$.

2. $y'' \operatorname{ctg} 2x + 2y' = 0$.

3. $y''' = x$, $y(0) = y'(0) = 1$, $y''(0) = 2$.

4. $(1 + e^x)y'' + y' = 0$.

5. $(y - 1)y'' = 2(y')^2$.

Вариант №4

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = 4 \cos 2x$, $y(0) = y'(0) = 0$.

2. $xy'' + y' = \sqrt{x}$.

3. $y''' = \frac{4}{x^2}$, $y(1) = 2$, $y'(1) = y''(1) = 1$.

4. $x^2 y'' = (y')^2$.

5. $2yy'' - 3(y')^2 = 4y^2$.

Вариант №5

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

$$1. y'' = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\ln 2}{2}, \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$$

$$2. (1 + x^2)y'' + 2xy' = 12x^3.$$

$$3. y'' + x \sin x = 0.$$

$$4. y'' = 2(y' - 1) \operatorname{ctg} x.$$

$$5. yy'' - 2yy' \ln y - (y')^2 = 0.$$

Вариант №6

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

$$1. y'' = \frac{1}{x}, \quad y(e) = 1, \quad y'(e) = 2.$$

$$2. x^4 y'' + x^3 y' = 4.$$

$$3. y''' = \cos x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 1.$$

$$4. y'' = 2(y' - 1) \cdot \operatorname{ctg} x.$$

$$5. y'' = e^{2y}.$$

Вариант №7

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

$$1. y'' = 2 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.$$

$$2. 2y' - xy'' = \frac{2}{x^2}.$$

$$3. y'' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$4. xy'' + y' = x + 1.$$

$$5. y'' = 2yy'.$$

Вариант №8

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

$$1. y^{IV} = \cos^2 x, \quad y(0) = \frac{1}{32}, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = \frac{1}{8}, \quad y'''(0) = 0.$$

$$2. (1 + \sin x)y'' = y' \cos x.$$

$$3. yy'' + y - (y')^2 = 0.$$

$$4. y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x.$$

$$5. y'' = \frac{4}{x}, \quad y(e) = 1, \quad y'(e) = 3.$$

Вариант №9

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y''' = xe^{-x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = y''(0) = 2$.

2. $xy'' + y' + x = 0$.

3. $y''x \ln x = y'$.

4. $y'' \cos y + (y')^2 \sin y = y'$, $y(-1) = \frac{\pi}{6}$, $y'(-1) = 2$.

5. $y'' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Вариант №10

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y''' \sin^4 x = \sin 2x$, $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$, $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2$, $y''\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$.

2. $xy'' + 2y' = 0$.

3. $xy'' - y' = e^x x^2$.

4. $\frac{y''}{y'} = \frac{2yy'}{1+y^2}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

5. $y'' = \frac{1}{x+1}$.

Вариант №11

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y''' = \frac{1}{x}$, $y(e) = 1$, $y'(e) = y''(e) = 2$.

2. $(1 + x^2)y'' + 2xy' = x^3$.

3. $y'' = x + \sin x$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$.

4. $y'' = 2y^3$.

5. $(y')^2 + 2yy'' = 0$.

Вариант №12

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = \ln x$, $y(e) = 1$, $y'(e) = 2$.

2. $xy'' - y' + \frac{1}{x} = 0$.

3. $y'' = \frac{1}{1 + x^2}$, $y(0) = y'(0) = 1$.

4. $y'' = (y')^2$.

5. $1 + y''y^3 = 0$.

Вариант №13

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y''' = \frac{6}{x^3}, \quad y(1) = y'(1) = y''(1) = 1.$

2. $y'' \operatorname{tg} 5x = 5y'.$

3. $4y^3 y'' = y^4 - 1, \quad y(0) = \sqrt{2}, \quad y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$

4. $y'' = \frac{1}{\cos^2 x}.$

5. $y'' + 2x(y')^2 = 0.$

Вариант №14

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = \cos x, \quad y\left(\frac{\pi}{3}\right) = y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1.$

2. $x^3 y'' + x^2 y' = 1.$

3. $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1.$

4. $yy'' - (y')^2 = y^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$

5. $y''' = \frac{1}{\sqrt{x}}.$

Вариант №15

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y''' = x, \quad y(2) = y'(2) = y''(2) = 1.$

2. $x^2 y'' + xy' = 1.$

3. $(1 + x^2)y'' + 2xy' = x^3.$

4. $y'' = e^{2y}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$

5. $y'' + x \sin x = 0.$

Вариант №16

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = x + \sin x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$

2. $xy'' + y' = x + 1.$

3. $xy'' + y' + x = 0.$

4. $2yy'' + y^2 - (y')^2 = 0, \quad y(0) = y'(0) = 1.$

5. $y''' = (2x + 2)^2.$

Вариант №17

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = \operatorname{arctg} x, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 0.$

2. $xy'' + y' = 1.$

3. $y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}, \quad y(2) = 0, \quad y'(2) = 4.$

4. $y'' = x \cos 3x.$

5. $(y')^2 = (3y + 2y')y''.$

Вариант №18

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y''' = x \cos x, \quad y(0) = y'(0) = y''(0) = 0.$

2. $y'' \ln x = y'.$

3. $(1 + x^2)y'' + (y')^2 + 1 = 0, \quad y(0) = y'(0) = 1.$

4. $yy'' + (y')^2 = 1.$

5. $y'' = \frac{x}{x+1}.$

Вариант №19

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = \frac{1}{x^2 + 1}, y(1) = 1, y'(1) = 0.$

2. $y''x \ln x = y'.$

3. $y'' \operatorname{tg} x - y' + \frac{1}{\sin x} = 0.$

4. $yy'' = (y')^3.$

5. $y'' = \cos^3 x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$

Вариант №20

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = \operatorname{tg}^4 x, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.$

2. $x^5 y'' + x^4 y' = 1.$

3. $yy'' = (y')^3.$

4. $y'' - 2y' \operatorname{ctg} x = \sin^3 x.$

5. $y''' = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}, y(1) = 1, y'(1) = y''(1) = 2.$

Вариант №21

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = \sin^2 x$, $y(0) = -\frac{3}{4}$, $y'(0) = 1$.

2. $yy'' = (y')^2 + y^2 y'$.

3. $xy'' + 2y' = e^{-x} x^2$.

4. $y'' = xe^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

5. $y''' = yy''$.

Вариант №22

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = \frac{x}{e^x}$, $y(0) = y'(0) = 0$.

2. $(1 + y'')x + y' = 0$.

3. $yy'' + (y')^2 = 0$.

4. $y'' = \ln x$.

5. $x^2(y' + xy'') = 1$, $y(2) = y'(2) = 1$.

Вариант №23

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = \frac{1}{x^2 - 1}, \quad y(0) = y'(0) = 1.$

2. $(x + 1)y'' + xy' = e^{-x}(x + 1)^2.$

3. $y'' + 2y(y')^3 = 0.$

4. $y''' = 8x^2, \quad y(2) = y'(2) = y''(2) = 1.$

5. $y'' = \frac{y'}{x} + x.$

Вариант №24

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y''' = 4x^3, \quad y(2) = y'(2) = y''(2) = 1.$

2. $yy'' = (y')^4.$

3. $xy'' = (y')^2 + x, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 1.$

4. $y'' = \operatorname{artg}x.$

5. $2xy'' = y'.$

Вариант №25

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = \sqrt{4 - x^2}$, $y(0) = y'(0) = 1$.

2. $y'' = (y')^3$.

3. $(x^2 + 1)y'' = xy'$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

4. $y'' = \sin x + x$.

5. $y'' = yy'$.

Вариант №26

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y''' = \sin 8x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

2. $yy'' = (y')^2 - (y')^3$.

3. $xy'' - y' = x^3$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

4. $y'' = \ln x + x$.

5. $xy'' = y'$.

Вариант №27

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y''' = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}, \quad y(2) = y'(2) = y''(2) = 1.$

2. $y'' + (y')^2 = 2e^{-y}.$

3. $xy'' + x^2(y')^2 = -y, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = -1.$

4. $y^{IV} = 32 \cos 2x.$

5. $y'' + y' + 2x = 0.$

Вариант №28

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = \frac{1}{\sqrt[3]{1-3x}}, \quad y(0) = y'(0) = 1.$

2. $y - y^3 y'' = 1.$

3. $xy'' - 4y' = 2\sqrt{y'}.$

4. $x^2 y'' - (y')^2 = 2xy, \quad y(-1) = y'(-1) = 1.$

5. $y''' = e^{4x}.$

Вариант №29

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y''' = 2 \cos \frac{x}{2}, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$

2. $yy'' = y'(y' + 1).$

3. $xy'' + 3y' = 0, \quad y(1) = y'(1) = 1.$

4. $y'y'' = 1.$

5. $y'' = (3x + 1)e^{-x}.$

Вариант №30

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

1. $y'' = \frac{1}{(2x+1)^2}, \quad y(1) = y'(1) = 2.$

2. $y^2 y'' = (y')^3.$

3. $y''(1 + e^{2x}) = y'e^{2x}.$

4. $y''y' + x = 0, \quad y(0) = y'(0) = 1.$

5. $y''y^2 = 1.$